

Gazdaságmatematika II. - 13. gyakorlat

dr. Földvári Attila

Az első feladat dr. Körei Attila - A szállítási feladat és duálisa című feladatsorából szárazik. A második feladat Dobosné Brigitta: <https://docplayer.hu/47782607-Gyakorlo-feladatok-szallitasi-feladat.html> feladatsorból származik.

1. Négy étterem sörrel való ellátását négy sörfőzde biztosítja. Az alábbi táblázat egy hordó sör szállításának költségét (ezer Ft) adja meg az egyes sörfőzdekből az egyes éttermekbe. Határozzuk meg a minimális költségű szállítási tervet!

	É1	É2	É3	É4	kapacitás
SF1	8	14	12	17	20
SF2	11	9	15	13	10
SF3	12	19	10	6	10
SF4	12	5	13	8	15
kapacitás	15	20	10	10	hordó

a) Kereslet-kínálat

Kereslet: $15+20+10+10= 55$ hordó

Kínálat: $20+10+10+15= 55$ hordó

kereslet=kínálat $\implies$ nincs fiktív étteremre vagy fiktív sörfőzdére

b) Vogel-Korda módszer:

		SF1	SF2	SF3	SF4				SF1	SF2	SF3	SF4
	kapacitás	15	20	10	10							
É1	20	8	14	12	17	4	É1	15				
É2	10	11	9	15	13	2	É2					
É3	10	12	19	10	6	4	É3					
É4	15	12	5	13	8	3	É4					
		3	4	2	2							

		SF1	SF2	SF3	SF4	
	kapacitás	0	20	10	10	
E1	5	-	14	12	17	2
E2	10	-	9	15	13	4
E3	10	-	19	10	6	4
E4	15	-	5	13	8	3
			4	2	2	

	SF1	SF2	SF3	SF4
E1	15			
E2				
E3				
E4		15		

	kapacitás	SF1	SF2	SF3	SF4	
É1	5	-	14	12	17	2
É2	10	-	9	15	13	4
É3	10	-	19	10	6	4
É4	0	-	-	-	-	
			5	2	7	

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	15			
É2				
É3				10
É4		15		

	kapacitás	SF1	SF2	SF3	SF4	
É1	5	-	14	12	-	2
É2	10	-	9	15	-	6
É3	0	-	-	-	-	
É4	0	-	-	-	-	
			5	3		

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	15			
É2		5		
É3				10
É4		15		

	kapacitás	SF1	SF2	SF3	SF4	
É1	5	-	-	12	-	
É2	5	-	-	15	-	
É3	0	-	-	-	-	
É4	0	-	-	-	-	
				3		

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	15		5	
É2		5		
É3				10
É4		15		

	kapacitás	SF1	SF2	SF3	SF4	
É1	0	-	-	-	-	
É2	5	-	-	15	-	
É3	0	-	-	-	-	
É4	0	-	-	-	-	

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	15		5	
É2		5	5	
É3				10
É4		15		

c) Induló tábla

Az induló táblában „sorok száma + oszlopok száma -1 ” darab számnak kell szerepelnie. Azaz ebben a példában $4 + 4 - 1 = 7$ darab számnak. De jelenleg csak 6 szám adott! Ilyenkor a táblázatban néhány helyre 0 kerül úgy, hogy:

- az első sor első elemétől indulva, minden számot el kell tudnunk érni úgy, hogy egy sorban vagy egy oszlopban lépünk tovább egy számról egy másikra;
- a nulla helyén a szállítási költség minimális legyen;
- a nulla nem kerülhet fiktív sorba vagy oszlopba.

Lehetséges pozíciók 0 számára:

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	15		5	
É2		5	5	
É3	?			10
É4	?	15		?

Szállítási költségek:

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	8	14	12	17
É2	11	9	15	13
É3	12	19	10	6
É4	12	5	13	8

Induló tábla

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	15		5	
É2		5	5	
É3				10
É4		15		0

d) Optimális tábla

Induló tábla:

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	15		5	
É2		5	5	
É3				10
É4		15		0

Szállítási költségek:

	SF1	SF2	SF3	SF4
É1	8	14	12	17
É2	11	9	15	13
É3	12	19	10	6
É4	12	5	13	8

	$v_1 = 8$	$v_2 = 6$	$v_3 = 12$	$v_4 = 9$
$u_1 = 0$	8		12	
$u_2 = 3$		9	15	
$u_3 = -3$				6
$u_4 = -1$		5		8

	$v_1 = 8$	$v_2 = 6$	$v_3 = 12$	$v_4 = 9$
$u_1 = 0$	8	8	12	8
$u_2 = 3$	0	9	15	1
$u_3 = -3$	7	16	1	6
$u_4 = -1$	5	5	2	8

a táblázatban csak nemnegatív számok állnak $\implies$ az induló tábla optimális.
 szállítási költség: $15 \cdot 8 + 5 \cdot 12 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 15 + 10 \cdot 6 + 15 \cdot 5 + 0 \cdot 8 = 435$

Tehát a minimális költségű szállítást úgy kapjuk meg, ha az első étterembe az első sörfőzdéből 15 hordót a harmadik sörfőzdéből 5 hordót szállítunk; a második étterembe a második sörfőzdéből 5 hordót a harmadik sörfőzdéből 5 hordót szállítunk, a harmadik étterembe a negyedik sörfőzdéből 10 hordót szállítunk és a negyedik étterembe a második sörfőzdéből 15 hordót szállítunk. Ekkor a szállítás 435 ezer forintba kerül.

2. Egy sütőipari vállalkozás 3 városban üzemeltet pékségeket. A pékségekből 6 városba szállítanak pékárút. A pékségek kapacitását (kg/nap), a városok igényeit (kg/nap) és a szállítási költségeket (Ft) az alábbi táblázat tartalmazza.

	Miskolc	Hejőpapi	Tiszaújváros	Emőd	Bócs	Ónod	kapacitás
Miskolc	5	20	18	22	40	13	4000
Hejőpapi	20	3	38	35	60	33	2000
Tiszaújváros	18	38	4	40	35	10	2000
igény	4000	800	1000	1500	1700	1000	(kg/nap)

Milyen feltételek mellett lesz a szállítási költség minimális?

a) Kereslet - kínálat:

kereslet: $4000 + 800 + 1000 + 1500 + 1700 + 1000 = 10000$

kínálat: $4000 + 2000 + 2000 = 8000$

kereslet > kínálat $\implies$ szükség van egy fiktív pékségre (Zion)

	Miskolc	Hejőpapi	Tiszaújváros	Emőd	Bócs	Ónod	kapacitás
Miskolc	5	20	18	22	40	13	4000
Hejőpapi	20	3	38	35	60	33	2000
Tiszaújváros	18	38	4	40	35	10	2000
Zion	0	0	0	0	0	0	2000
igény	4000	800	1000	1500	1700	1000	(kg/nap)

b) Vogel-Korda módszer:

	kapacitás	M	H	T	E	B	Ó	
igény	(kg/nap)	4000	800	1000	1500	1700	1000	
M	4000	5	20	18	22	40	13	8
H	2000	20	3	38	35	60	33	17
T	2000	18	38	4	40	35	10	6
Z	2000	0	0	0	0	0	0	0
		5	3	4	22	35	10	

	M	H	T	E	B	Ó
M						
H						
T						
Z					1700	

	kapacitás	M	H	T	E	B	Ó	
igény	(kg/nap)	4000	800	1000	1500	0	1000	
M	4000	5	20	18	22	-	13	8
H	2000	20	3	38	35	-	33	17
T	2000	18	38	4	40	-	10	6
Z	300	0	0	0	0	-	0	0
		5	3	4	22		10	

	M	H	T	E	B	Ó
M						
H						
T						
Z				300	1700	

	kapacitás	M	H	T	E	B	Ó	
igény	(kg/nap)	4000	800	1000	1200	0	1000	
M	4000	5	20	18	22	-	13	8
H	2000	20	3	38	35	-	33	17
T	2000	18	38	4	40	-	10	6
Z	0	-	-	-	-	-	-	
		13	17	14	13		3	

	M	H	T	E	B	Ó
M						
H		800				
T						
Z				300	1700	

	kapacitás	M	H	T	E	B	Ó	
igény	(kg/nap)	4000	0	1000	1200	0	1000	
M	4000	5	-	18	22	-	13	8
H	1200	20	-	38	35	-	33	13
T	2000	18	-	4	40	-	10	6
Z	0	-	-	-	-	-	-	
		13		14	13		3	

	M	H	T	E	B	Ó
M						
H		800				
T			1000			
Z				300	1700	

	kapacitás	M	H	T	E	B	Ó	
igény	(kg/nap)	4000	0	0	1200	0	1000	
M	4000	5	-	-	22	-	13	8
H	1200	20	-	-	35	-	33	13
T	1000	18	-	-	40	-	10	8
Z	0	-	-	-	-	-	-	
		13			13		3	

	M	H	T	E	B	Ó	
M	4000						
H		800					
T			1000				
Z				300	1700		

	kapacitás	M	H	T	E	B	Ó	
igény	(kg/nap)	0	0	0	1200	0	1000	
M	0	-	-	-	-	-	-	
H	1200	-	-	-	35	-	33	2
T	1000	-	-	-	40	-	10	30
Z	0	-	-	-	-	-	-	
					13		3	

	M	H	T	E	B	Ó	
M	4000						
H		800					
T			1000			1000	
Z				300	1700		

	kapacitás	M	H	T	E	B	Ó	
igény	(kg/nap)	0	0	0	1200	0	0	
M	0	-	-	-	-	-	-	
H	1200	-	-	-	35	-	-	
T	0	-	-	-	-	-	-	
Z	0	-	-	-	-	-	-	

	M	H	T	E	B	Ó	
M	4000						
H		800			1200		
T			1000			1000	
Z				300	1700		

c) Induló tábla

$4 + 6 - 1 = 9$ db szám a táblázatban $\implies$ két db 0 hiányzik

Szállítási költségek:

	M	H	T	E	B	Ó
M	5	20	18	22	40	13
H	20	3	38	35	60	33
T	18	38	4	40	35	10
Z	0	0	0	0	0	0

Induló tábla:

	M	H	T	E	B	Ó
M	4000					0
H	0	800		1200		
T			1000			1000
Z				300	1700	

d) Optimális szállítás

Szállítási költségek:

	M	H	T	E	B	Ó
M	5	20	18	22	40	13
H	20	3	38	35	60	33
T	18	38	4	40	35	10
Z	0	0	0	0	0	0

Induló tábla:

	M	H	T	E	B	Ó
M	4000					0
H	0	800		1200		
T			1000			1000
Z				300	1700	

	$v_1 = 5$	$v_2 = -12$	$v_3 = 7$	$v_4 = 20$	$v_5 = 20$	$v_6 = 13$
$u_1 = 0$	5					13
$u_2 = 15$	20	3		35		
$u_3 = -3$			4			10
$u_4 = -20$				0	0	

	$v_1 = 5$	$v_2 = -12$	$v_3 = 7$	$v_4 = 20$	$v_5 = 20$	$v_6 = 13$
$u_1 = 0$	5	32	11	2	20	13
$u_2 = 15$	20	3	16	35	25	5
$u_3 = -3$	16	53	4	23	18	10
$u_4 = -20$	15	32	13	0	0	7

a táblázatban csak nemnegatív számok állnak $\implies$ az induló tábla optimális.

szállítási költség: $5 \cdot 4000 + 13 \cdot 0 + 20 \cdot 0 + 3 \cdot 800 + 35 \cdot 1200 + 4 \cdot 1000 + 10 \cdot 1000 + 0 \cdot 300 + 0 \cdot 1700 = 78400$

Tehát a minimális költségű szállítást úgy kapjuk meg, ha Miskolcra belül szállítunk 4000 kg pékárút; Hejőpárra belül szállítunk 800 kg pékárút és további 1200 kg-ot szállítunk Emődre; Tiszaújvárosra belül szállítunk 1000 kg pékárút és további 1000 kg-ot Ónodra. Ekkor a szállítási költség 78400 Ft lesz.